

1. AUTOVALORI ED AUTOVETTORI

Determinare gli autovalori ed autovettori delle seguenti matrici:

(1) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$	(7) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 12 & 3 & 0 \\ 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	(11) $\begin{pmatrix} 5 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$	(16) $\begin{pmatrix} 1 & 6 & 2 \\ -4 & -13 & -4 \\ 8 & 24 & 7 \end{pmatrix}$
(2) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$	(8) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$	(12) $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 7 \\ 1 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$	(17) $\begin{pmatrix} -18 & 8 & 35 \\ 8 & -4 & -18 \\ -11 & 5 & 22 \end{pmatrix}$
(3) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$	(9) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 4 & 5 & 4 \\ 5 & 12 & 2 \end{pmatrix}$	(13) $\begin{pmatrix} 5 & -4 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$	(18) $\begin{pmatrix} 5 & -1 & 5 \\ 3 & 9 & -5 \\ -6 & -2 & 18 \end{pmatrix}$
(4) $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$	(10) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}$	(14) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ -4 & -3 & 0 \\ -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$	(19) $\begin{pmatrix} 8 & -2 & -2 \\ 3 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$
(5) $\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$		(15) $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ -6 & 3 & 4 \\ -3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$	
(6) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 8 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$			

2. INTEGRALI, VOLUMI E BARICENTRI

- (1) Calcolare $\iint_T xy \, dx \, dy$, con $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$.
- (2) Calcolare $\iint_Q xy(x+y) \, dx \, dy$, con $Q = [0, 1] \times [0, 1]$.
- (3) Calcolare $\iint_Q (x + \sin y) \, dx \, dy$, con $Q = [-1, 1] \times [-1, 1]$.
- (4) Trovare il baricentro della regione del piano delimitata dalla curva $y = \sin x$ e dal segmento congiungente i punti $(0, 0)$ e $(\pi, 0)$.
- (5) Trovare il baricentro della regione delimitata dalle curve di equazione $y = x^2$ e $y = \sqrt{x}$.
- (6) Trovare il baricentro della regione interna all'ellisse di equazione $x^2 + 2y^2 = 1$ e contenuta nel semipiano dei punti con ordinata positiva.
- (7) Trovare il baricentro di una mezza palla.
- (8) Calcolare il volume dell'intersezione tra la palla $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$ e la regione $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq \frac{1}{2}\}$.
- (9) Calcolare il volume della porzione di ellissoide $4x^2 + 4y^2 + z^2 \leq 4$ al di sopra del piano $z = 1$.
- (10) Calcolare il volume dell'intersezione tra due cilindri di raggio 1 con assi ortogonali ed incidenti.
- (11) Il cerchio $x^2 + y^2 - 4x \leq 0$ ruota attorno all'asse delle ordinate. Determinare il volume del solido ottenuto.
- (12) La regione delimitata dalla curva $y = 1 + x + x^5$, dagli assi coordinati e dalla retta $x = 3$ ruota attorno all'asse delle ordinate. Determinare il volume del solido ottenuto.
- (13) Calcolare il volume del pezzo di cilindro $x^2 + y^2 \leq 1$ contenuto tra i piani $x - z + 2 = 0$ e $y + z + 2 = 0$.
- (14) Calcolare la lunghezza della curva $y = x^{2/3}$, $x \in [0, 1]$.
- (15) Calcolare la lunghezza della curva $x = \cos^3 t$, $y = \sin^3 t$, $t \in [0, 2\pi]$.